

uitgave: *Jacob Dijkstra/Groningen*

Dit is rekenen

overzicht/inleiding en toelichting

D Tiemersma mmv

P Wardekker

ingeleid door

Prof dr J Waterink

Overzicht, Inleiding en Toelichting

behorende bij de methode

DIT IS REKENEN!



UITGAVE JACOB DIKSTRA - GRONINGEN

OVERZICHT van de METHODE

DIT IS REKENEN!

SERIE A: „Een nieuwe opzet”.

Leerjaar of leer- periode	Onderw. boekje met ver- antwoording	Leerlin- gen boekje. deel	25 rekenspelen	Reken-werkboeken „Mijn eerste rekenen”. deel
1	1	1	Een verzameling spelen, waarvan er vele in verschil- lende leerjaren gebruikt kunnen worden	Voorloper, 1a, 1b
2	2	2a, 2b		2a, 2b
3	3	3a, 3b		3a, 3b

LEERMIDDELEN: rekenliniaal met rekenstaafjes
muizentoren
tafelschuif

FACULTATIEF: Som en Spel (60 rekenspelen)
Blokken domino
Draaischijf of Summy
Rekenliniaal met rekenstaafjes in luxe uitvoering.

SERIE B: „Zinvol gebouwd”

Leerjaar	Onderw.boekje met verantwoording	Leerlingen boekje deel	Voor opleidingsscholen extra deel
4	4	4a, 4b	5c 6c
5	5	5a, 5b	
6	6	6a, 6b	

INLEIDING.

Rekenen behoort nog altijd tot de moeilijkste vakken voor de kinderen, die hun schoolloopbaan op de lagere school beginnen. En dat is geen wonder.

Wanneer de kinderen naar de lagere school gaan, zo op een leeftijd van een jaar of zes, dan kunnen ze spreken, ze kennen veel zinnestelsels, ze kennen veel woorden, en omdat ze spreken kunnen en dus enigszins begrip hebben voor taal, kunnen ze ook verstaan, dat men deze taal in figuren kan uitdrukken en kunnen ze dus gemakkelijk leren lezen.

Zo gaat het ook met schrijven. Als men eenmaal weet, dat woorden, klanken door tekens kunnen worden weergegeven, is het ook mogelijk om zelf deze tekens te maken. En men kan dan datgene, wat men als woord of zin begrijpt, of datgene, waarvan men een woordvoorstelling of tekenvoorstelling heeft ook zelf gaan schrijven.

Maar met rekenen staat het zo geheel anders. Rekenen is een functie, die wel zeer veel verschilt, gezien van het standpunt van het kind, dat pas op school komt, van al dat andere (dus hoofdzakelijk lezen en schrijven), dat het kind op de lagere school moet doen.

Immers rekenen is opereren met cijfers. Ja, veel meer nog, opereren met getallen. En nu is daar ergens in die grote wereld buiten, de gewoonte om te rekenen, om met getallen te werken. O, zeker, het kind heeft wel leren tellen tot tien, tot twintig, tot honderd, misschien sommigen nog verder, maar dat is iets anders dan rekenen. Want tellen is een rijtje opzeggen: één, twee, drie, vier, vijf, enz., maar rekenen dat is met die getallen gaan spelen, gaan goochelen min of meer. Met rekenen kun je de dingen uitrekenen, dat is verschrikkelijk moeilijk, want het getal is voor het kind eigenlijk gezegd een abstract iets. Dat getal komt nergens voor, het komt alleen voor in de dingen, drie jongens, drie meisjes, drie koeien, drie appels, drie peren, maar dat drie op zich zelf iets is, en dat je met drie iets kunt doen, en als je er vijf naast zet, dat je dan zegt drie en vijf dat is acht, en dat dat ook weer niet altijd waar is (want drie appels en vijf jongens wat is dat?), kijk, dat maakt het rekenen zo moeilijk voor een kind.

En nu was het veelszins de gewoonte, om dat ongeveer op deze wijze op te lossen. Men stelde eenvoudig het kind voor het feit, dat er zoiets als rekenkunde was en die rekenkunde leerde je op school. Je werd eenvoudig er voor gezet, één en één is twee, en twee en twee is vier, en twee en drie is vijf. Dat is nu een keer zo. En dan mag je je vingers er bij gebruiken

om uit te rekenen dat het waar is, maar zo blijft althans aanvankelijk voor het kind die wereld van het rekenen een vreemde wereld, de wereld van het andere, de wereld van de grote mensen, de wereld, waar je je zelf niet thuis voelt, de wereld, die je ook buiten je spel laat; de wereld waarin je eenvoudig maar moet aannemen, dat het zo is als de juffrouw het zegt.

Gelijk ik elders uiteenzette is het kind van zes jaar in de regel nog niet geheel rijp om werkelijk rekenen te leren. Dat komt ook, omdat in de spelpraktijk van het kind het rekenen geen plaats inneemt. Het rekenen behoort nog niet tot zijn wereld. Daarom moet er iets gebeuren, zo zeggen velen, om het kind geleidelijk tot de wereld van het rekenen te brengen.

Op deze gedachte zijn verschillende methodes gebaseerd en deze gedachte is op zichzelf wel juist, maar de fout, die auteurs en meer nog de gebruikers maken is, dat dit geleidelijke te geforceerd gaat. De moeilijkheden (ik denk daarbij b.v. aan de passeringen van het tiental) worden onderschat en niet één voor één aan de orde gesteld. Hierdoor worden de jonge kinderen voor veel te veel moeilijkheden tegelijk gesteld. Van al de te maken sommetjes zouden ze dan ook bitter weinig terecht brengen, als ze niet steeds hun vingers tot hun beschikking hadden.

Zo ontstaan de schijnresultaten. De antwoorden zijn dan wel steeds goed, maar deze worden niet verkregen door rekenen, maar door tellen.

De heer Tiemersma heeft een andere en naar mijn mening een betere methode gevolgd.

De heer Tiemersma is aldus gaan redeneren: ik moet niet proberen het kind te brengen tot een hem vreemde wereld, ik moet het kind overtuigen, dat datgene, waarover het gaat, helemaal al in zijn wereld aanwezig is. En daarom moet ik dat kind allerlei dingen laten doen, die het spontaan ook zou kunnen doen, maar die het onder leiding nog beter en nog doelmatiger doet; dingen, die het kind zelf beleeft als „kunstjes”, die het alleen kan doen en die het doen kan samen met anderen; „kunstjes”, die helemaal het karakter hebben van spelletjes. Welnu, het kind heeft dan het gevoel, dat al deze dingen helemaal vanzelfsprekend tot zijn wereld behoren. Het wordt in deze wereld, nee, niet binnen gebracht, maar in deze wereld aan zichzelf ontdekt, aan zijn eigen kunnen. Want natuurlijk, ook op zesjarige leeftijd is er zoiets als wat we zouden kunnen noemen een voorfase van de rekengeschiedenis bij het kind. Welnu, in die voorfase wil de heer Tiemersma leiding geven aan de activiteiten van het kind, zo, dat het al spelende iets doet, wat toch eigenlijk nog geen rekenen is, maar dat in de diepste grond toch weer wel rekenen is. Want het kind leert opereren

met „hoeveelheden". Het kind ontdekt als het ware spontaan, dat bijvoorbeeld negen, vier plus vijf is, en ook zes plus drie, en ook zeven plus twee, maar ook acht plus één. En dat dus zes plus drie evenveel is als acht plus één. En zo kunt u het aantal voorbeelden vermeerderen zoveel u wilt. In deze typische houding van het al spelende omgaan met een wereld, natuurlijk een kinderlijke wereld, die in feite die van het getal is, ligt in eerste instantie het specifieke van de methode, die de heer Tiemersma ons hier aanbiedt.

Nu zou ik op allerlei details van deze methode kunnen ingaan om aan te tonen, dat datgene, wat ik zeg, juist is. Maar waarvoor zou ik het doen? The proof of the pudding is in the eating.

Toch zijn er nog een paar belangrijke kenmerken in deze methode, die mij de overtuiging geven, dat in deze methode enkele nieuwe gezichtspunten worden gegeven, waardoor we mogen verwachten, dat bij gebruik van deze methode aan verscheidene klachten over het rekenonderwijs een eind zal komen.

Ten eerste denk ik hierbij aan de rekenstaafjes en de rekenliniaal. Een natuurlijk gevolg van de boven ontwikkelde gedachte is, dat de heer Tiemersma zich distantieert van het telraam. Dit leermiddel past niet in zijn methode, omdat hij terecht uitgaat van de hoeveelheid.

De kinderen leggen en spelen met hoeveelheden en leren spelenderwijs daarvan de combinaties herkennen.

Deze gedachte is niet geheel nieuw, maar wel nieuw is het hiervoor ontworpen leermiddel, dat het telraam vervangt. Met de rekenstaafjes worden trappen gebouwd, poortjes gelegd, enz. Zonder dat de kinderen het zich bewust zijn, gaan ze, al spelende met deze staafjes, echt rekenen.

Na het aanbrengen van de begrippen veel en weinig, meer en minder, komt vanzelf de vraag naar voren: hoeveel meer of hoeveel minder? Dit rekenen wordt nu met de staafjes een even gemakkelijke als interessante bezigheid. Dat hierbij tevens de motoriek (zo belangrijk vooral voor de kleintjes) een ruime plaats krijgt, zij even terloops opgemerkt.

Ook het begrip evenveel kan met deze staafjes prachtig worden gedemonstreerd. Hierop wezen wij reeds: negen is zowel acht plus één als zeven plus twee enz.

In de tweede plaats wil ik even stilstaan bij het maken van fouten en de correctie. De uitspraak van Tupper: „De zaden van het eerste onderricht vallen in de diepste voren" geldt ook voor gemaakte rekenfouten. Daarom, zegt de heer Tiemersma, moeten we zorgen, dat de kinderen geen fouten

maken en als ze een fout maken, moeten de kinderen deze zelf ontdekken en ook direct zelf herstellen.

Werkelijk ingenieus zijn de voor dit doel ontworpen leermiddelen als blokkendomino, summy en rekenliniaal.

Ik heb met veel belangstelling deze rekenmethode bekeken. Ik mag wel zeggen, ik heb veel meer gedaan, ik heb de heer Tiemersma voortdurend met deze methode bezig gezien, jarenlang. Ik heb deze methode min of meer zien groeien. En telkens weer verraste de heer Tiemersma mij met nieuwe vindingen. O, geen wereldschokkende vindingen, geen vindingen waarvan men zegt: „Wat is dat ontzaglijk geniaal", of misschien toch ook wel weer, want is dit niet het bijzondere in de goede didacticus, dat hij in staat is om zich in te leven in de wereld van het kind. Het is geen kleinigheid om zich zo te verplaatsen in die kinderlijke wereld, dat men met het kind zo spelen kan, dat men uiteindelijk met dat kind bereikt, wat men bereiken wil, dat het kind het gevoel krijgt in een hem bekende rekenwereld vanzelfsprekend te zijn opgenomen.

Het waardevolste vind ik, naast de genoemde kenmerken, in de methode van de heer Tiemersma dat hem dit, naar ik meen, veelszins is gelukt.

Ik behoef natuurlijk niet te zeggen, dat er wel een enkel ding in deze methode staat, dat ik persoonlijk enigszins anders zou geven. Dit betreft echter slechts kleine onderdelen. Hoofdzaak is, dat de heer Tiemersma in deze methode nieuwe inzichten heeft gegeven, die ik wetenschappelijk volkomen verantwoord acht; ik geloof dat deze inzichten vruchtbaar kunnen zijn voor ons rekenonderwijs. Want het is maar niet zo een bedenksel.

De heer Tiemersma kent de moeilijkheden van de lagere klassen van de lagere school uit ervaring. Als leraar bij het nijverheidsonderwijs en als leraar bij het mulo heeft hij elk jaar opnieuw in de eerste klassen ervaren, hoe gebrekkig veel kinderen rekenen. Na een jarendurend onderzoek en veel geëxperimenteer heeft hij, zich inlevende in de wereld van het kind, deze rekenmethode gegeven, als een neerslag van zijn grote onderwijs- en levenservaring.

Daarom was het mij een genoegen, deze nieuwe rekenmethode van een „inleiding" te voorzien.

J. Waterink.

DIDAKTISCHE VERANTWOORDING.

Wij bieden u hier een rekenmethode, en daarmee een middel om de kinderen zinvol te leren rekenen.

Zinvol voor het kind wil in de eerste plaats zeggen, dat de leerlingen levensecht, concreet zullen rekenen, om van daar uit — tegelijk met het rijper worden — naar het abstracte te worden heengeleid.

Een zinvolle, levensechte situatie is voor het jonge kind de spel-situatie, waarbij de wil aanwezig is om het zo goed mogelijk te doen. Anders slaagt het spel niet. Op deze wijze worden fouten vermeden of direct gecorrigeerd. Een kritische instelling, die op inzicht rust en tot inzicht voert, wordt zo bevorderd.

Zinvol achten wij het ook het technisch rekenen zo eenvoudig mogelijk te houden, niet op te hoog niveau te beginnen, ons en onze leerlingen niet te vermoeien met de wiskundige omweg van de helaas nog algemeen gebruikelijke telmethode en aftrekken aan te leren als teruggeven, zoals het in de praktijk van het dagelijks leven immers ook gebeurt.

Dit programma in „a nutshell” willen we nu wat nader uitwerken.

Wij beginnen met wat „klein goed”.

We noemen dit „klein goed”, niet omdat deze dingen niet belangrijk zouden zijn, maar omdat ze juist door allerlei publikaties als vrij goed bekend mogen verondersteld worden.

1. LEVENSECHT REKENEN.

De tijd is gelukkig voorbij, dat men rekenen op de L.S. onderwijst om het r e k e n e n z e l f. De waarde van het vak rekenen ligt in het hulpmiddel-zijn. Het is evenwel een zeer belangrijk en noodzakelijk hulpmiddel. Overal komt rekenen bij te pas.

Het leesboek op school en de krant thuis zitten vol rekenkundige termen. De vakken aardrijkskunde en natuurkunde zijn niet te onderwijzen, als er geen rekenkennis en rekenvaardigheid aanwezig is.

Hoe ongelukkig moet de jonge mens zich gevoelen, als hij in de praktijk van het leven gekomen, zijn loon niet kan berekenen, een rekening met korting niet kan controleren. Wat heeft een vakman aan zijn vakliteratuur als hij niet in staat is een grafiekje te lezen, geen percentages kan berekenen, enz.

We noemen hier maar enkele dingen, maar het zal duidelijk zijn, dat, waar rekenen zo nauw verweven is met andere vakken op school en zo'n belangrijke functie verricht in het dagelijks leven, dat men dit „vak” niet als een „wetenschap” op zich zelf moet beoefenen, en vooral niet om zich zelf, maar in verband met de andere vakken en de eisen van het dagelijks leven.

Rekenen moet levensecht zijn.

Daarom gaan wij bij elke les uit van een natuurlijke situatie uit het kinderleven, worden veel rekenspellen gegeven, die in hun spel-zijn voor het kind immers een concrete situatie vertegenwoordigen, en in de hogere leerjaren begint elke les met een voorbeeld uit het schoolleven of uit het dagelijks gebeuren.

Soms is dit een prijslijst van een winkelier.

Een andere maal is het een kranteknipstel, een mededeling van het K.N.M.I., de K.L.M. of een Sportbericht.

Daarom is het ook zo belangrijk, dat de onderwijzer vakman is en boven de methode staat. Leest hij 's avonds een interessant bericht, waarvan hij veronderstelt, dat het ook de kinderen zal interesseren, dan neemt hij de krant mee naar school en dan is het vrij zeker, dat er uit dit bericht een levensechte en levende rekenles groeit.

Het rekenen onttaardt dan niet in het aanleren van allerlei onbegrepen kunstjes en het goochelen met cijfers, waarvan de kinderen het nut niet inzien, maar het is levensecht, concreet.

2. VIA HET CONCRETE NAAR HET ABSTRACTE.

Wij gaan dus bij elke les uit van een levensecht CONCREET voorbeeld. Hierbij mag het evenwel niet blijven.

Al is . . . het juist doorzien van een situatie,

het vormen van een goede combinatie en

het trekken van een logische conclusie

het voornaamste, daar naast moet het vlotte werken met onbenoemde getallen aangeleerd worden.

Van welke technieken men zich daarbij bedient, is van groot belang. Daar wij in deze methode een paar geheel nieuwe technieken propageren, wordt daarover afzonderlijk gehandeld in punt 9.

Hier wordt dus vastgesteld, dat het niet in de eerste plaats gaat om vlot cijferen. Dat komt, als toepassing, in de tweede plaats en volgt direct op en sluit aan bij het concrete voorbeeld.

Daarom is de opzet van de methode zo, dat elke nieuwe les begint met een of meer concrete voorbeelden, waarop direct de cijferoefeningen aansluiten. Dit cijferwerk is dan geen dood cijferen zonder meer, maar bij elke cijfersom KAN de leerling denken aan een soortgelijke situatie als in het voorbeeld werd gegeven.

De laatste twee zinnen gelden niet voor het voorbereidend rekenen in klas één. Daar luidt het parool: concreet, concreet, concreet.

Minstens 2 maanden werken en spelen de kinderen met echte hoeveelheden, met zichtbare en tastbare dingen en dan ook nog hoogstens tot de hoeveelheid vijf. Eerst daarna worden pas de cijfersymbolen 1 – 5 geleerd, maar steeds geassocieerd met de hoeveelheid.

Wat een klachten worden nog steeds geuit over de resultaten van het rekenonderwijs, ook na het overboord gooien van zoveel ballast.

Nog steeds cijferen de kinderen slecht, omdat ze de hoeveelheden tot 20 niet paraat hebben. Nog steeds wordt geklaagd, dat de kinderen geen inzicht hebben, dat ze de aangeleerde kunstjes zo weer vergeten zijn, of dat ze een aangeleerd kunstje verkeerd toepassen.

Toch verbazen we ons daar niet over. Bezocht werd een eerste klas. De kinderen waren nauwelijks drie weken op de grote school, maar het bord stond al vol stommen als $5 + 3 =$, $8 - 6 =$ enz. Het zag er alles 100% uit. Prachtig geschreven in twee kleuren nog wel. Toen werd opgemerkt, dat de klas na 3 weken al „ver” was, bleek deze ironie niet te worden begrepen, want prompt antwoordde de ijverige onderwijzeres: „Zo, vindt u dat. Maar mijn zuster in Amsterdam is al veel verder.”

Dit stukje ervaring verklaart voldoende de klachten over het rekenen in de hogere leerjaren. De kinderen weten niet wat ze doen en de onderwijzeres is tevreden met schijnresultaten. Doch daarover meer onder punt 6.

Het rekenonderwijs moet in de eerste leerjaren vooral zo concreet mogelijk gehouden worden.

Daarom gaan we uit van een bepaalde situatie (een verhaaltje), naar aanleiding van een illustratie: „Er zijn 7 kuikentjes. Vier eten uit het bakje en drie hollen weg.” Als slot komt de vraag: „Wie kan het sommetje opschrijven?”

Aan het eind van de les worden dan wel enkele sommen gegeven, maar de belangrijke vraag is niet: „Wie kan die som maken”, maar: „wie kan een verhaaltje bij deze som bedenken.”

Ook het — teken wordt niet als een abstractie aan de kinderen geleerd en over aftrekken wordt in dit stadium niet gesproken, maar het — teken heeft de betekenis van: opgegeten, weggevlogen, gebroken (zie hiervoor deel I blz. 12 en 13).

3. HET SPELELEMENT BIJ HET REKENONDERWIJS.

Meer en meer wordt ingezien, dat de speeldrang bij kinderen van 7 en 8 jaar dienstbaar gemaakt moet worden bij het onderwijs. Speciaal het rekenonderwijs in de eerste klassen leent zich daarvoor bijzonder goed (zie ook punt 1).

Het is hier de plaats om te trachten een misvatting recht te zetten. En wel deze, dat men meent het kind zinvol, levensecht rekenen te kunnen leren door het met concrete voorwerpen te laten werken, zonder meer. Het levensechte toch zit niet in het concreet, aanschouwelijk zijn van de dingen, die gehanteerd worden. De concrete voorwerpen zelf kunnen zover buiten de interessesfeer van het kind liggen, dat er van levensecht rekenen geen sprake kan zijn. Bovendien: de met de voorwerpen vereiste handeling (zowel de natuurlijke, met het voorwerp gegevene, als ook de opgelegde, bevolen handeling van het tellen bijvoorbeeld) kan onvoldoende rekening houden met de graad van (reken)rijpheid; wat eenzelfde „resultaat” heeft. Zinvol hanteren van en rekenen met eenvoudige voorwerpen zal alleen mogelijk zijn binnen de spel-situatie, die dan door de onderw. geschapen wordt.

Nu zou hier kunnen worden aangevoerd, dat het kind zijn eigen spel-situatie toch wel schept, althans de fantasierijken; ook als bijvoorbeeld de klas wordt opgedragen met maïskorrels of lucifers te tellen. Inderdaad, maar de intentie van deze individuele spelsfeer gaat dikwijls dwars tegen de intentie van de werksfeer van de onderw. in. Dit wordt dan ervaren als een „vlucht in het spel”, een ver„dromen”.

Reeds in 1926 publiceerden wij enkele rekenspellen. Dit aantal is sedertdien enorm uitgebreid. De voornaamste van deze spelen hebben wij in deze methode verwerkt, terwijl andere facultatief zijn gesteld.

„Som en Spel” biedt 60 rekenspellen. Deze zijn facultatief gesteld. Deze

spelen kunnen gedeeltelijk in het klasselokaal, gedeeltelijk in het gymnastieklokaal of speellokaal worden gespeeld. De meeste van deze spelen zijn echter bewegingsspeel en kunnen op de speelplaats worden gespeeld. Ook de onderw., die de kleintjes gymnastiekles moet geven, vindt hier een ruime keuze, om de kinderen door het spel tevens rekenen te leren.

Voorts verzamelden wij „25 Rekenspeel”. Deze spelen zijn methodisch in de leerstof verwerkt en zijn voor het merendeel bestemd voor het klasselokaal, als aansluiting op bepaalde lessen uit het rekenboekje.

„Blokken domino” is bedoeld om een prettige training te geven in bepaalde moeilijkheden. Het grote voordeel van dit spel is, dat de moeilijkheden daar zo in verwerkt zijn, dat de kinderen deze al spelende overwinnen. Doordat steeds 2 naast elkaar zittende kinderen dit spel spelen, zien beide nauwlettend toe, of er ook fouten worden gemaakt. Het is, vooral in de aanvangsklassen, van het grootste belang, dat de kinderen geen fouten maken en . . . als ze er een maken, dat ze er direct op worden betrappt en zelf de fout herstellen.

Doch hierop komen wij nader terug bij punt 4.

4. CORRECTIE EN JUISTE FOUTENANALYSE.

Wij stellen ons zeer beslist op het standpunt, dat in de klassen 1, 2 en 3 de correctie niet door de onderwijzeres, maar door de kinderen zelf moet geschieden. Het overschrijven van een eindeloos aantal sommen uit het boekje en het invullen van de antwoorden in een schrift is op zich zelf al een onverantwoorde tijd- en energieverspilling. Als dan de „ijverige” onderw. deze schriften mee naar huis neemt en keurig corrigeert, door het rood onderstrepen van de fouten, dan is dit niet alleen totaal waardeloos, maar zelfs schadelijk.

De ervaring is n.l., dat de kinderen, als ze de volgende dag (soms nog later) de schriften terugkrijgen, bij de rood onderstreepte sommen niet denken: „hee, wat is daar fout. O, zit dat zo. Nu, die fout wil ik niet weer maken”. Integendeel: Ze kijken alleen naar het cijfer en vragen links en rechts: „Welk cijfer heb jij?” (Dit zijn dan de eigenwijzen, die menen 't goed te kunnen, wat evenwel nog zeer de vraag is.)

De „stakkers” in het rekenen, durven hun schrift bijna niet opendoen, kijken schuw links en rechts en wat ze denken, zou een kinderpsycholoog graag willen weten.

Behalve dat er geestelijke schade is aangericht, zijn er ook een paar didactisch-pedagogische fouten gemaakt.

Dat er eens een fout door de kinderen wordt gemaakt, is niet te vermijden. Wel moet de gelegenheid tot het maken van fouten zo gering mogelijk zijn. Even belangrijk is, dat een eventueel gemaakte fout direct wordt ontdekt en bij voorkeur door het kind zelf. Dit geldt in zeer hoge mate voor het rekenonderwijs in de aanvangsklassen. Stel, dat een kind (bewust) neerschrijft $7 + 4 = 12$. Deze foute getallencombinatie grift zich meer of minder sterk in het geheugen. Waar het in de aanvangsklasse om steeds nieuwe indrukken gaat, mogen we gerust zeggen, dat deze indrukken (in dit geval de combinatie $7 + 4 = 12$) zich sterk vastzetten. Dit heeft tengevolge, dat het kind een volgende maal weer zal schrijven $7 + 4 = 12$. Bij correctie door de onderwijzeres thuis doet ze niets anders (voor het kind) dan de fout rood onderstrepen. Er kunnen maanden over verlopen, voor zij ontdekt, dat dit bepaalde kind, altijd weer die bepaalde fout maakt. Zelfs als ze deze ontdekking doet en het kind er persoonlijk op wijst, dan nog is het gestichte kwaad zeer moeilijk te herstellen. De foute indruk heeft zich vastgezet, wat zich blijft wreken, ook nadat de onderw. meent de zaak weer recht gezet te hebben. Inderdaad blijkt het kind dan een volgende maal $7 + 4 = 11$ te schrijven, maar dat kost het veel geestelijke inspanning. Verslapt deze, dan komt toch weer het antwoord 12 uit de bus.

Dit veel te laat ontdekken van een gemaakte fout (en bij de gangbare wijze van rekenwerk maken komt dit dikwijls voor), heeft ook ten gevolge, dat het kind onzeker wordt. Het twijfelt en weifelt bij tal van sommen, die het vorige malen vlot neerschreef, met al de nare gevolgen die daar weer uit voort kunnen vloeien. Er is een tweede didactische, eigenlijk pedagogische fout begaan, als de onderwijzer(es) het gemaakte werk van de kinderen corrigeert.

Een beeld, om de bedoeling te verduidelijken.

Wat zou u denken van een onderwijzer(es), die met enige kinderen ging pick-nicken en de kinderen liet sjouwen en ploeteren, om alles bij elkaar te krijgen en . . . als alles klaar was het in haar eentje ging oppeuzelen. Dit beeld gaat mank, omdat het oppeuzelen van de lekkernijen niet te vergelijken is met het nare werk van de stapels correcties, die de onderwijzer(es) krijgt te verwerken. Mank gaat het echter niet wat het aandeel van de kinderen betreft, dat hun onthouden wordt. Zij missen de voldoening van het zien en ervaren van de resultaten van hun gezwoeg. Het mooiste van

het maken van de sommen wordt hun onthouden: het zelf mogen corrigeren.

Een ander voorbeeld:

Een vader geeft zijn kinderen een mooi stuk mechanisch speelgoed in handen en geeft hun de opdracht het zaakje in elkaar te zetten. Als ze klaar zijn, neemt Vader alles mee naar een andere kamer en probeert, of het treintje met wissels b.v. loopt. Een dag later komt hij aan met de simpele mededeling, dat er nog al wat aan mankeerde.

Juist de attractie van het al of niet „lopen” wordt de kinderen onthouden. Aan het ontdekken van en zoeken naar de gemaakte fouten hebben de kinderen geen deel. En dit is nu juist het prettigste en nuttigste gedeelte van alles: zelf ontdekken of de som goed is.

Hoe wij in onze methode tot een juiste foutenanalyse komen, waarbij alle correctie (in klas 1, 2 en 3) door het kind zelf geschiedt, kunnen wij hier slechts kort aangeven. Wij noemen: a) de rekenspelen (wie een fout maakt is b.v. af); b) de rekenliniaal.

De sommen worden gemaakt, door de rekenstaafjes op deze rekenliniaal te leggen en het antwoord af te lezen. Hierdoor is het maken van fouten zo goed als uitgesloten.

In tweede instantie worden de sommen gemaakt zonder gebruik van deze liniaal, maar als een kind de sommen af heeft, dan controleert het het eigen werk met deze liniaal.

Hiermee wordt bereikt:

- 1) de kinderen maken weinig fouten;
- 2) ze ontdekken hun gemaakte fouten direct en verbeteren deze zelf;
- 3) het rekenen blijft concreet, doordat de hoeveelheden worden gelegd. Blokkendomino, Draaischijf of Summy.

Met deze leermiddelen wordt gespeeld en gerekend, meestal door 2 kinderen in wedstrijdverband.

Maakt A een fout (b.v. door verkeerd aanzetten), dan tikt B hem direct op de vingers, omdat dat in B's voordeel is. Ze zien dus toe op elkaars werk en doen dit met volledige concentratie.

Verder verwijzen wij naar enkele voorbeelden van sommen uit diverse boekjes:

Deel 1: blz. 23: Leggen en lezen; blz. 56 soms 13 t/m 22.

Deel 2a: Blokkendomino.

Deel 2b: Winkeltje spelen en Les 8 som 57 t/m 68.

Deel 3a: Les 6 som 1 t/m 6; Les 9 som 8 t/m 11.

Deel 3b: Les 6 som 10 t/m 13; Les 8 som 6 t/m 16.

5. INZICHT BIJBRENGEN.

Wij zijn grote voorstanders van het aanbrengen van inzicht bij het onderwijs in het algemeen en bij rekenen in het bijzonder.

Daarnaast kan het rekenen niet zonder bepaalde technieken.

Ook is het vanzelfsprekend, dat deze technieken door het vele toepassen worden geautomatiseerd. Dit is noodzakelijk, maar er is tevens een gevaar aan verbonden en wel dit, dat de kinderen in 't geheel niet weten wat ze doen. Ze passen dan een geleerd kunstje toe. Dit moet worden voorkomen.

Dit kan o.m. op de volgende wijze:

- a) Maak de technieken zo eenvoudig mogelijk.

Daarom propageren wij in deze methode een andere vorm voor de deling met een staart.

Deze techniek leren wij de kinderen in de tweede helft van klas 3.

Ook wordt daar een „verklaring” van deze techniek aan de kinderen gegeven. Nu moet men zich niet voorstellen, dat men met die „verklaring” op die leeftijd veel succes zal hebben. Daarom wordt die verklaring in klas 4 en ook later weer in klas 5 herhaald, met het oog op het niet gelijktijdig doorbreken van inzicht hierin bij alle kinderen van dezelfde leeftijd.

Ook voor het aftrekken met grotere getallen propageren wij een andere techniek, n.l. de teruggeefmethode.

Ook hiermee beginnen wij in de tweede helft van klas 3.

Inzicht in deze techniek behoeft niet opzettelijk te worden gegeven, omdat het een natuurlijke voortzetting is van het aftrekken, zoals de kinderen het hebben geleerd bij het winkeltje spelen.

Toch moet ook hier weer niet verzuimd worden in klas 4 en 5 weer eens een „verklaring” van deze techniek te geven.

- b) Herhaal het aanbrengen van inzicht over een bepaald onderwerp in de hogere leerjaren.

Dat dit noodzakelijk is, bleek bij de volgende proef uit ons onderzoek:

„Hoe groot is de afstand in km van Den Haag naar Utrecht?” (Denk aan een vliegtuig, dat in rechte lijn vliegt.)

De kinderen kregen een kaartje, waarop de schaal was aangegeven en ze hadden een dubbele dm tot hun beschikking.

Uitvoerige proeven van enige duizenden leerlingen (6e klas L.S., 1e klas ULO en leerlingen van Nijverheidsscholen) leerden ons, dat slechts 15 % dezer leerlingen in staat bleken, deze berekening te maken.

Wat is daarvan de oorzaak?

In gesprekken met diverse onderwijzers van het L.O. over deze proef bleek, dat men in eerste instantie geneigd was het niet te willen geloven. Heftige protesten van collega's uit klas 3 en 4. Zij waren overtuigd, dat het begrip schaal door hen goed was bijgebracht in klas 3 (sommigen in klas 4) bij het eerste aardrijkskunde onderwijs. Ze hadden de school met de speelplaats en de naaste omgeving keurig op schaal getekend en meenden (en daar schuilt de fout), dat de kinderen het ook hadden begrepen.

Nu is het op zich zelf niet zo erg, als niet alle kinderen direct volledig door hebben, wat wij aan inzicht trachten bij te brengen.

Wel erg is, als men dan in klas 5 of 6 denkt: Dat behoef ik ze niet uit te leggen, want dat hebben ze al in klas 3 of 4 gehad.

Ook voor wat betreft het aanbrengen van inzicht in de bouw der getallen bij ons tientallig stelsel moet men niet in bovengenoemde fout vervallen.

Waar klassikaal rekenonderwijs wordt gegeven, kan men met het aanbrengen van inzicht natuurlijk niet wachten, tot alle kinderen daarvoor rijp zijn. Wij doen zelfs in klas één een bescheiden poging, maar wijzen er in het onderwijzersboekje geregeld op, dat men er niet te veel van moet verwachten en in elk volgend leerjaar dit moet herhalen en uitbreiden. Zo komen de intelligente leerlingen op tijd aan hun trek en met de minder begaafden komt men dan niet tot dergelijke teleurstellende „resultaten”.

Als voorbeelden van dit bijbrengen van inzicht noemen wij hier:

Deel 1 blz. 46, 48, 51 en 52.

Deel 2a blz. 14, 23, 28, 32, 39.

Deel 2b blz. 8, 9, 10, 11, 25, 40, 42.

Deel 3a blz. 21, 22.

Deel 3b. blz. 8, 9, 12, 21, 35, 47.

- c) Begin niet op te hoog niveau.

De verleiding is zo groot, om van de kinderen, die in de eerste klas komen en die dan toch al zo aardig kunnen „tellen”, te menen, dat ze nu ook wel rijp zijn om met de getalsymbolen te manipuleren. Voor de overgrote meerderheid van deze kinderen is echter niets minder waar. Het z.g. „tellen” dat ze dan kunnen, is meestal niet meer dan het reproduceren van een „zin” met telwoorden, waarbij ze dan verschillende voorwerpen achtereenvolgens aanwijzen. Er is geen sprake van, dat ze wéten, dat bijv. 7 meer is dan 3, ofschoon ze het wel eens goed zullen ráden!

Eer het kind tot echt tellen (dat is eigenlijk dé-globaliseren) kan komen, moet het g r o n d b e g r i p p e n kunnen overzien en onderscheiden, waaruit de exacte maat — uit te drukken in het symbool: het getal — zich later losmaakt. Deze grondbegrippen zijn bijvoorbeeld: lang — kort, groot — klein, veraf — dichtbij, enz. Daarna moeten ook de v e r h o u d i n g e n gezien (niet geteld) kunnen worden, zoals: veel — weinig, meer — minder — evenveel, enz.

Er moet dus bij de kinderen een hoeveelheids- en verhoudingsbewustzijn zijn en eerst daarna kan geattendeerd worden naar een getalsbewustzijn.

Verwaarloost men deze regel en begint men dadelijk te — wat men noemt — „rekenen” (liefst met zo spoedig mogelijk sommen op het bord) dan is men „slechts” bezig kinderen met rekenstoornissen te kweken. Wij geven bij onze methode een serie met de verschillende deeltjes parallel lopende werkboeken voor het aanvankelijk rekenen (klas 1—3). Deze serie vangt aan met een Voorloper, waarin de grondbegrippen en verhoudingen van de hoeveelheden eerst een beurt krijgen. Een „voorloper”, dat ook in kleuterscholen goede diensten zal kunnen bewijzen. Deze serie werkboeken is door haar vorm overigens naast elke methode te gebruiken.

Onze methode volgt dus deze gang:

1. het globaal overzien en vergelijken van hoeveelheden;
2. het dé-globaliseren of analyseren;
3. het weer brengen tot de synthese van het zien van het juiste aantal, waarbij dan niet de eenheden primair zijn (telmethode) maar waar bij de hoeveelheid als totaliteit voorop staat.
(Waarom dan ook in deel 1 van de werkboeken de hoeveelheid tekens in een „totaliteitskring” is afgebeeld.)

- d) Wat later expliciet onderwezen en geoefend wordt, moet eerder reeds impliciet zijn voorbereid.

Dat volgt eigenlijk reeds uit het bovenstaande: het „getal” maakt zich los uit de „hoeveelheid”. Wij trekken — vooral ook in de werkboeken — deze regel konsekwent door: vermenigvuldigen en delen (immers herhaald optellen en aftrekken) komen in de vorm van ordenend tekenen reeds in het eerste leerjaar voor. De tafels van vermenigvuldiging expliciet leren heeft dan een grote steun aan dit impliciet „vermenigvuldigen” door tekenen.

Zo wordt ook reeds van het begin aan het werken met breuken voorbereid.

6. LEREN KRITISCH LEZEN.

In punt 4 wezen wij er reeds op, dat een gemaakte fout zich moeilijk weer laat herstellen.

Dit geldt niet alleen het rekenonderwijs.

Tal van anekdotische gevallen zouden we hier kunnen noemen. Wij noemen hier slechts één. Het is historisch.

Op een MULO-examen moest een kandidaat vertellen, hoe een wet tot stand komt. Het ging alles vrij goed, tot zowel examinerator als bijzitter hun oren vol verwondering spitsten, toen gezegd werd: „en dan gaat het op de fiets naar de Raad van State”.

Deze kandidaat had „om advies” dus gelezen, of, als het een dictaat betreft, „om advies” verstaan (en opgeschreven) als „op de fiets”.

Een gebrek aan kritisch lezen of luisteren. Inderdaad, maar de funeste gevolgen kunnen jaren duren.

Rekenen leent er zich bijzonder goed voor, om de kinderen dit te leren.

Daarom worden opgaven gegeven als:

Wat is er fout in:

1. Er stonden 4 soldaten op een rijtje. Piet zei: „Die middelste is een dikkerd”.
2. „Post jij dit drukwerkje even voor mij”, zei Vader. Jan deed er een postzegel van 4 cent op en plakte de brief dicht.

Waarom kan deze som niet gemaakt worden?

1. Een groenteboer had 256 bananen. Hij kon er 68 klanten mee helpen. Hoeveel kocht elke klant?

Wat staat er teveel in deze som?

1. Mijnheer en mevrouw Jansen (onze burens) hebben 3 dochters. Het gehele gezin bestaat uit 9 personen. Hoeveel kinderen hebben onze burens? (Voor wie het niet direct begrijpt: dochters zijn ook kinderen en hoeven dus niet apart genoemd te worden.)

Ook geven wij af en toe opgaven, die meer op puzzles gelijken.

1. Een melkboer heeft twee emmers. In de grote kan 6 liter en in de kleine 4 liter. De kleine emmer is leeg en in de grote emmer zit 5 liter melk. De melkboer giet zoveel melk uit de grote in de kleine emmer, dat de grote emmer nog half vol is. Hoeveel melk is er dan in de kleine emmer?

Zowel korte redactiesommetjes als vrij grote stilleesoefeningen (met rekenstof) kunnen het kritisch leren lezen bevorderen.

7. IETS OVER ONS ONDERZOEK.

Reeds jarenlang heeft het I.O. aangevoeld, dat het rekenonderwijs op de helling moet.

De „vernieuwing” zocht men eerst in het overboord gooien van veel ballast. Breuken met in de praktijk niet voorkomende grote noemers schafte men af. (Zijn ze werkelijk afgeschaft?)

De beruchte sommen over vaten met kranen en andere zgn. „denksommen” moesten het eveneens ontgelden. Terecht, want het doel, dat men er zich mee stelde (denkend rekenen) werd er niet door bereikt. De „denk-

sommen" werden in typen ingedeeld. Het kind leerde niet denken, de sommen werden niet denkend opgelost, maar het kind meende in een bepaalde som een bepaald type te herkennen en loste het vraagstukje dan op volgens het geleerde recept. Met een enigszins anders geredigeerd sommetje wist het dan geen raad, of het paste een geleerd kunstje verkeerd toe. Wij zullen hier geen opsomming geven, van wat zo al aan ballast is verdwenen en constateren met blijdschap, dat men inderdaad in dit opzicht wel een betere koers is gaan varen. Vooral, omdat ingezien werd, dat voor deze ballast een nuttige lading in de plaats moest komen. Het rekenonderwijs is in de laatste jaren praktischer en levensechter geworden.

En bij het voorbereidend rekenen in klas 1, 2 en 3?

De rekenboekjes voor deze klassen bestemd kregen een fleuriger aanzien; men begon wat aan knip- en plakwerk te doen, maar . . . de klachten over de resultaten bleven.

Wat is er toch mis bij het rekenonderwijs in klas 1, 2 en 3, want dat daar de schoen wringt is wel duidelijk.

Wiskundig uitgeknoobeld, zou men tot de volgende mogelijke oorzaken kunnen komen:

- a) De methode is goed, maar men begint te vroeg (rekenrijpheid).
- b) De methode is goed, maar men mikt te hoog.
- c) De methode is goed, maar er zijn te weinig uren voor rekenen op de rooster uitgetrokken.
- d) De methode is goed, maar de leerkrachten hebben geen voldoende didaktische scholing, om de leerlingen de nodige training en het vereiste inzicht bij te brengen.
- e) De methode is goed, maar er wordt niet voldoende rekening gehouden met de grote verschillen in aanleg, met milieu-invloed en verschil in tempo van de leerlingen.
- f) De methode is fout.
Is dit laatste het geval, dan wordt de zaak nog veel erger, als men tevens te vroeg begint, te hoog mikt, enz.

Wil men verbetering brengen in de bestaande onbevredigende toestand, dan zal dit punt voor punt onderzocht moeten worden.

Daarvoor zijn nodig de didacticus en de man van de wetenschap. Berusten in de bestaande toestand is niet langer verantwoord.

Met een: „We hebben het altijd zo gedaan en blijven het zo doen" is de dood in de pot en blijft de dood in de pot.

Ook mag de didacticus geen oordeel uitspreken dat berust op een vaag aanvoelen. Hij moet zich los weten te maken van de mening, die zich zo langzamerhand in de praktijk van het lesgeven heeft gevestigd.

Een diepgaand praktisch onderzoek is daarvoor vereist en de wetenschap zal een duchtig woordje hebben mee te spreken.

Nu willen wij niet beweren, dat er in deze richting niets is gedaan.

Wij zijn evenwel de mening toegedaan, dat dit in ons land weinig of geen invloed heeft gehad op het rekenonderwijs in de aanvangsklassen. Er mag dan naar het uiterlijk iets zijn verfrist, „vernieuwd" is het niet.

Reeds vóór 1940 zijn wij begonnen met een breed opgezet experimenteel onderzoek, waardoor wij antwoord trachten te verkrijgen op de punten bovengenoemd in a—f.

Het is hier niet de plaats daarop te breedvoerig in te gaan. Wij volstaan met enkele uitslagen van de genomen proeven te vermelden, en onze gemaakte conclusies mee te delen.

Hiermee komen wij dan vanzelf tot de geheel nieuwe opzet van onze rekenmethode voor het voorbereidend rekenonderwijs.

De punten a) en b) kunnen niet afzonderlijk worden beantwoord. Trachten wij daarom het eerst eens te worden over de vraag, wat het einddoel moet zijn van het voorbereidend rekenonderwijs.

Hierover bestaat weinig meningsverschil.

In het algemeen wordt wel aanvaard, dat wanneer de kinderen vlot kunnen werken met getallen tot 20 en de tafels van 1—10 paraat hebben, dat dan een goede grondslag aanwezig is, om de technieken aan te leren, die nodig zijn bij het werken met grotere getallen.

De meeste rekenmethoden menen dit in 2 of zelfs binnen 2 jaar te kunnen bereiken. Wij doen er in onze methode wat langer over ($2\frac{1}{2}$ jaar). Dit betekent evenwel niet, dat het in de eerste leerjaren enkel om wat optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen met kleine getallen gaat.

Integendeel. Het gaat om iets veel belangrijkers, maar we kunnen daarbij het werken met deze kleine getallen niet missen.

Om enkele dingen te noemen:

Het begrip tijd. Hierbij wordt ook het klokkijken geleerd; het lezen van een kalender; begrippen als eerste, laatste, 3e, enz.

De begrippen afstand, lengte, hoogte, enz., waarbij het gebruik van de rekenliniaal (cm) wordt beoefend.

Ook over het gebruik van klein geld en de waarde van postzegels kan moeilijk worden gezweven, omdat het kind hiermee op die leeftijd geregeld in aanraking komt.

Al deze dingen (zie verder de inhoudsopgave van de boekjes 1, 2 en 3) komen in de eerste leerjaren aan de orde.

Daarmee begint men niet te vroeg en daarmee mikt men niet te hoog. Wel begint men te vroeg met de cijfersymbolen. Ook gaat men te vroeg over naar het abstracte, waardoor het rekenen onttaardt in cijferwerk, wat voor de kinderen geen concrete betekenis heeft.

Met dit cijferen begint men niet alleen veel te vroeg, maar het wordt ook niet methodisch aangepakt, door veel te veel moeilijkheden tegelijk aan te bieden. Hierbij komt nog de zucht om veel te vlug op te willen schieten. Dit te hoge tempo wordt nog opgevoerd, doordat in het algemeen de onderwijzer(es) zich tevreden stelt met schijnresultaten. De kinderen maken alle sommetjes goed. Niet omdat ze zo vlug kunnen rekenen, maar omdat ze geraffineerd vlug op hun vingers weten te tellen.

Van de proefpersonen was er eentje, die wat nauwkeuriger kon worden bestudeerd. Het was een meisje (enig kind). Toen het 6 jaar was en met september naar de grote school mocht, werd een rekenspelletje met haar gedaan (spel 6 uit Som en Spel). Ze deed dit dolgraag en kon al gauw perfect rekenen met de hoeveelheden tot zes. Als er 5 knikkers in de vuist werden gehouden en zij raadde 2, dan gaf ze, zonder nadenken of tellen 3 knikkers toe. Als zij 1 knikker in de hand had en men raadde 5, dan zei ze vlug: „Nee, maar één. Ik krijg 4 van u.”

Een jaar later konden we haar rapport zien. 't Zag er prima uit en voor rekenen prijkte een 9. Toch kon ze niet meer rekenen zoals een jaar tevoren. Wel kon ze fabelachtig snel op haar vingers tellen. Ze zit nu in de vierde klas en gaat met een mooi rapport naar de 5e.

Naar de breuken gevraagd, zei ze, dat ze daar niets aan vond. (Ze bedoelde, dat ze dat erg gemakkelijk vond.)

Toch wist ze met geen mogelijkheid te vertellen hoeveel een half en een kwart samen waren. Ze zei: Zo doen wij dat niet. Ik moet het zien.

Inderdaad kon ze vlug ongelijknamige breuken optellen en aftrekken. Ze had het kunstje goed geleerd, maar wist op geen stukken na, wat ze deed. Ze wist, dat een kwartje 25 cent was, dat een kwartier 15 minuten was en toen naar een kwartaal werd gevraagd, wou ze uitrekenen hoeveel dagen dit waren.

De begrippen: kwartje als $\frac{1}{4}$ gulden, kwartier als $\frac{1}{4}$ uur en kwartaal als $\frac{1}{4}$ jaar waren haar volkomen onbekend en het verband tussen deze namen en de breuken „die zij zo goed kende” was haar blijkbaar niet bijgebracht. Er is nog veel verbalisme bij ons onderwijs, v o o r a l bij het voorbereidend rekenonderwijs.

Niet te verwonderen is dan ook de klacht van menig onderwijzer in klas 4 en 5: „konden de kinderen, als wij ze krijgen, maar vlug werken met de hele kleine getallen tot 20, dan was een goede grondslag gelegd, waarop wij met vrucht verder kunnen bouwen.”

Dat het niet alleen de kinderen van klas 4 en 5 waren, die nog moeite hadden met het werken met kleine getallen, heeft ons onderzoek zonneklaar bewezen. Onze proefpersonen bestonden behalve uit deze leerlingen, voornamelijk ook uit leerlingen van u.l.o.-scholen, h.b.s.-leerlingen en jongens en meisjes van diverse nijverheidsscholen.

Een van onze proeven bestond hierin, dat wij de antwoorden van de volgende rijtjes sommen op lieten lezen:

$$\begin{array}{llll} 6 + 7 = & 12 - 5 = & 7 \times 8 = & 6 + 7 = \\ 4 + 9 = & 15 - 8 = & 3 \times 9 = & 12 - 9 = \\ 8 + 5 = & 11 - 6 = & 9 \times 3 = \text{enz.} & 6 + 8 = \text{enz.} \\ 9 + 4 = & & & \end{array}$$

Wij namen niet alleen met een chronometer de tijd op (dat was niet het voornaamste), maar wij merkten elke som, waarbij een fout werd gemaakt, of waarbij even werd nagedacht of gewaagd.

Bij deze sommetjes vroegen we dan: Hoe reken je dat uit?

Soms behoefde er niets gevraagd te worden, omdat te constateren was, dat ze stiekem naar de vingers keken, of deze licht bewogen. Bij de tafels kwam het een enkele maal voor, dat bij 7×8 de lippen zich licht bewogen. De leerling zei dan in gedachten op: 5×8 is 40, 6×8 is 48, 7×8 is 56. De resultaten waren verbijsterend.

Nog geen 60% van de leerlingen die met vrucht een lagere school hadden doorlopen, beantwoordden aan de eis, die wij stelden, dat aan het eind van klas 3 de kinderen de tafels tot 10 en de optellingen en aftrekkingen met getallen tot 20 (bovenstaande rijtjes) paraat hebben. Hoe

deze 60 % tot dit gunstig resultaat kwam, konden wij niet onderzoeken. Dat het evenwel niet door, maar o n d a n k s de methode was ontstaan vermoeden wij. (Zie het geval van bovengenoemd proefpersoonje, dat in klas 4 de vingers niet meer gebruikte.) Van de ruim 40 %, die de antwoorden niet vlot konden lezen, wees ons onderzoek het volgende uit:

De tafels worden, op een enkele uitzondering na, vlot gekend. Ook bij het vermenigvuldigen met grotere getallen werden niet veel fouten (vergis-singen) gemaakt. Bij delen met een staart ligt het geval wel iets ongunstiger, maar dit is niet verontrustend.

Bij de passeringen van het 10-tal (kolom 1, 2 en 4) was het strijk en zet mis. Wat kan daar de oorzaak zijn, vroegen wij ons af?

De oorzaak kan niet liggen in het feit, dat er zoveel meer moeilijke pas-seringen van het 10-tal zijn, dan moeilijke tafelgevallen.

De moeilijke gevallen zijn n.l. respectievelijk 16 en 15 in getal.

$$\begin{array}{llll} 11 = 9 + 2 & 12 = 9 + 3 & 13 = 9 + 4 & 14 = 9 + 5 \\ 11 = 8 + 3 & 12 = 8 + 4 & 13 = 8 + 5 & 14 = 8 + 6 \\ 11 = 7 + 4 & 12 = 7 + 5 & 13 = 7 + 6 & 15 = 9 + 6 \\ 11 = 6 + 5 & & & 15 = 8 + 7 \\ & & & 16 = 9 + 7 \\ & & & 17 = 9 + 8 \end{array}$$

Moeilijke tafelgevallen:

$$\begin{array}{llll} 3 \times 4 & 4 \times 6 & 6 \times 7 & 7 \times 8 \\ 3 \times 6 & 4 \times 7 & 6 \times 8 & 7 \times 9 \\ 3 \times 7 & 4 \times 8 & 6 \times 9 & 8 \times 9 \\ 3 \times 8 & 4 \times 9 & & \\ 3 \times 9 & & & \end{array}$$

De oorzaak moet dus elders liggen.

Het antwoord hierop krijgen wij, als wij onderzoeken, op welke wijze de tafels worden gememoriseerd en hoe de passeringen van het 10-tal worden onderwezen.

De tafels worden één voor één gedemonstreerd (b.v. met het telraam), op-geschreven en gememoriseerd. De moeilijkheden worden dus stuk voor stuk aan de orde gesteld en men geeft daarbij niet teveel moeilijkheden tegelijk. Aan de gemakkelijke tafels 1, 2, 5 en 10 wordt niet onnodig veel tijd besteed, maar de echte moeilijke gevallen herhaalt en repeteert men dikwijls.

Van het leren der tafels maakt men geen wiskunde en men verbindt er voor de kinderen geen moeilijk denkproces aan.

Dit zou natuurlijk wel kunnen.

6×8 zou men kunnen aanleren als 5×8 plus 1×8 enz.

Men doet dat gelukkig in klas 2 en 3 niet. In de hogere leerjaren doet men dit met grotere vermenigvuldigingen wel en noemt dat dan hoofdrekenen. Hoe geheel anders is de methode die toegepast wordt bij het overwinnen van de moeilijke passeringen van het 10-tal.

Er is daarbij geen sprake van het aanbieden van de moeilijkheden stuk voor stuk. In onze methode doen wij dat wel. Wij laten enige weken achter elkaar oefenen en spelen met de hoeveelheid 11 en leren de kinderen de 5 combinaties daarvan grondig en beginnen dan pas met de hoeveelheid 12.

Bij het leren van de passeringen van het 10-tal maakt men gebruik van de wiskunde en eist van de kinderen een moeilijk denkproces.

6 plus 7 wordt „ingestudeerd” als 6 plus 4 plus 3.

Als de kinderen de 6 zien, moeten ze de 7 zodanig splitsen, dat eerst het 10-tal vol wordt. Is hun dit gelukt, dan moeten ze, om het juiste antwoord in te kunnen vullen, weer onthouden dat er van de 7 nog 3 overbleven. Dit is veel te hoog gemikt voor kinderen van 7 en 8 jaar.

Bij een som als $13 - 8$ wordt weer een even zwaar denkproces van de kinderen gevraagd.

Geen wonder, dat slechts enkele wiskundig begaafde kinderen dit kunnen volgen. Het „gekke” daarbij is, dat deze kinderen óók zeer moeilijk tot vlot cijferen komen. Zij kunnen zich niet meer losmaken van dit „denkend” rekenen. Zij komen niet tot een weten, een herkennen. Cijferen blijft voor hen een vermoeiend werk, met als gevolg, dat zij veel fouten blijven maken tot in de hogere klassen van de h.b.s. toe.

De grote rest probeert de juf in haar „geleerd betoog te volgen.”

Dit gelukt natuurlijk niet en het gevolg is:

dat ze rekenen een náár iets vinden, dat ze wel nooit zullen leren;
dat ze hun toevlucht nemen tot zelf gevonden hulpmiddeltjes.

Voor 95 % van de bovengenoemde 40 % zijn dit de vingers.

Hoe funest dit is, wordt helaas niet voldoende beseft.

Wij wisten, voor we met ons onderzoek begonnen, ook niet hoe erg dit is. H.b.s.-leerlingen erkenden, dat ze tot in klas 3 toe, nog altijd hun vingers

gebruikten. Een mulo B kandidaat van 18 jaar vertelde me met schaamte dat hij nog steeds op de vingers rekende.

Veel onderwijzers laten het gebruik van de vingers oogluikend toe. Zij erkennen daarmee, dat hun methode faalt en zijn verder tevreden met schijnresultaten.

Anderen verbieden het gebruik van de vingers, maar weten niet, dat veel kinderen het toch stiekem doen. In onze methode is noch het een noch het ander nodig, omdat de opzet van de methode een zodanige is, dat de kinderen geen behoefte hebben aan het gebruik van de vingers. Op de vraag: „Hoe reken je dat uit” of „hoe weet je dat?” moet het antwoord van de kinderen zijn: „Zo maar”. Ze „rekenen” niet. Ze zien 2 getallen en „automatisch” springt het bijpassende derde getal in de combinatie naar voren.

Van de resterende 5 % kan alleen gezegd worden, dat ze allemaal dit gemeen hadden, dat ze grondig overtuigd waren niet te kunnen rekenen en het ook wel nooit zouden leren.

Om het juiste antwoord te vinden hadden ze voor verschillende gevallen wel een aardig, zelf bedacht middeltje gevonden.

De grootste groep was wel, die in het 12 tallig-stelsel werkten.

Bij de som $9 + 5$ dachten ze aan de klok. In gedachten zagen ze de klok op 9 uur staan. 5 uur later is het dan 2 uur, $12 \text{ plus } 2 =$ (antwoord) 14.

Op de vraag, hoe ze dan deden met $5 \text{ plus } 7$ en $15 \text{ min } 9$ erkenden ze volmondig, dat ze dit ook erg moeilijk vonden.

Van de overigen noemen wij hier nog de groep, die met verdubbelingen werkten. $6 \text{ plus } 7$ is $6 + 6 + 1$; $7 + 9 = 7 + 7 + 2$.

Op de vraag, hoe ze dan $4 \text{ plus } 9$ en $13 \text{ min } 5$ uitrekenden, kwam weer het steeds terugkerende antwoord: Ik vind dat erg moeilijk. Ze dachten allicht er nog bij: Val me niet lastig met dat nare rekenen.

Over de verdere mogelijkheden kunnen we kort zijn.

- c) Er wordt voldoende tijd op de rooster voor rekenen uitgetrokken. Eerder zijn wij geneigd te zeggen, dat er te veel wordt gecijferd en er veel te veel kostbare tijd wordt verspild aan het nutteloos overschrijven van series sommen uit het rekenboekje.

Zien we evenwel rekenen als een hulpmiddel voor het zaakonderwijs bij vakken als aardrijkskunde en natuurkunde; brengen we het vak rekenen in organisch verband voor de algemene vorming, dan weet

men heus wel wat men al zo tijdens de rekenles kan onderwijzen, zonder gevaar te lopen, dat het ontaardt in cijfersommetjes-makerij.

- d) Wat betreft de didactische geschooldheid van de leerkrachten, hierop willen we niet ingaan, daar het tot de competentie van de hoofdinspecteur van het kweekschoolonderwijs behoort, om dat te beoordelen.
- e) Te grote verschillen in aanleg en tempo van de leerlingen en milieufactoren stellen ons voor moeilijke problemen.

Moeilijk daarom vooral, omdat een streng klassikaal stelsel nog steeds regel is in Nederland en vooral ook, omdat de klassen onverantwoord groot zijn.

Deze kwestie heeft echter niet alleen betrekking op het vak rekenen, maar geldt voor heel het onderwijs. Wat dat betreft kunnen we alleen maar op betere tijden en betere inzichten hopen.

Wat we momenteel, bij de bestaande toestanden kunnen doen, is te zorgen, dat de minder begaafden, maar vooral de méér begaafden niet worden verwaarloosd.

In de klassen 1, 2 en 3 achten wij het niet nodig, dat er speciaal moeilijke opgaven gegeven worden voor de beste rekenaars. Het rekenonderwijs is algemeen vormend, zodat er genoeg ruimte overblijft voor de onderwijzer om de begaafdere leerlingen aan hun trek te laten komen.

Bovendien is het rekenen hier meer spel dan som, zodat de begaafde rekenaars zich niet vervelen, omdat het rekenwerk attractief voor hen blijft.

Een uitzondering maken de stillesoefeningen, de testsommen en vrij veel redactiesommetjes. De bedoeling is, dat deze eerst zonder hulp en uitleg worden geprobeerd. De begaafden krijgen dan hun kans om uit te blinken.

Het is niet nodig hier verder op in te gaan, omdat dit uitvoerig in de onderwijzersboekjes is aangegeven.

Vanaf klas 4 houden wij in onze methode wel meer expliciet rekening met verschillen in rekensnelheid en begaafdheid. Zie daarvoor de didactische verantwoording bij de deeltjes van klas 4 – 6.

Uit een en ander zal nu reeds duidelijk zijn, dat wij voor het voorbereidend rekenonderwijs een geheel nieuwe methode voorstaan.

Deze is gegroeid uit bovengenoemd onderzoek en berust dus op praktische gronden, terwijl wij steeds nauw contact hadden met Prof. Waterink, die altijd bereid was onze inzichten aan de wetenschap te toetsen.

8. WIJ DISTANTIËREN ONS VAN DE TELMETHODE.

Het komt voor, dat $2 + 9$ als moeilijker wordt beschouwd dan $9 + 2$. 9 plus 2 zou daarom zo gemakkelijk zijn, omdat de kinderen dan maar even behoeven te tellen 10, 11 en ze zijn klaar. Bij 2 plus 9 zouden ze dan bij 2 moeten beginnen en door moeten tellen tot 11. Dat het gebruik van de vingers dan wel nodig is, moet duidelijk zijn.

Op deze dwaasheid moet even de nadruk worden gelegd, want veel kinderen menen dit (omdat ze het zo doen), veel onderwijzers menen het ook, omdat ze bij de telmethode zijn groot gebracht. Zelfs wordt dit serieus nog zo gepubliceerd.

De vakbekwame onderwijzer(es) meent er dan dit op gevonden te hebben, dat hij (ze) aan de kinderen leert, om het grootste getal altijd voorop te zetten (of te denken). Maar dat klopt niet met zijn (haar) methode van het aanvullen tot het 10-tal. Neem b.v. $5 + 7$. Leert men de kinderen het 10-tal eerst vol te maken, dan geeft dit sommetje geen moeilijkheden. 5 laat zich eenvoudig aanvullen tot 10 en de splitsing van 7 in 5 en 2 is ook niet zo moeilijk.

Heeft men evenwel onderwezen het grootste vooraan te zetten, dan wordt het $7 + 5$. Nu wordt de som (als men het 10-tal vol laat maken) veel moeilijker. Wij doen in onze methode noch het een, noch het ander.

Wij gaan uit van de hoeveelheid en leren de kinderen daarvan de combinaties. Is b.v. de hoeveelheid 11 aan de orde (begin 2e leerjaar), dan wordt deze hoeveelheid gelegd (motorisch gedeelte) met de rekenstaafjes.

gelezen (auditief gedeelte)

en geschreven (visueel gedeelte).

Is zo enige weken met de hoeveelheid 11 getraind en gespeeld, dan is wat wij rekenen noemen, voor het kind geworden een herkennen van de combinaties. Vraagt men dan een leerling: Hoe kun je 11 leggen, dan zal zonder haperen het antwoord komen: als 9 plus 2, als 8 plus 3, als 7 plus 4 en als 6 plus 5. Het kind rekent niet, telt niet, maar weet, herkent.

Optellen en aftrekken zijn dan ook geen twee verschillende bewerkingen waarvan de ene (aftrekken) moeilijker zou zijn dan de andere (optellen) maar het is een herkennen van dezelfde combinatie.

$7 + 4$, $4 + 7$, $11 - 4$ en $11 - 7$ zijn dan voor het gevoel van het kind niet 4 verschillende sommen, maar het herkennen van dezelfde, bekende combinatie van 11.

Deze leergang volgen wij ook bij de tafels. Ook daar leren de kinderen niet 6×7 , 7×6 , $42 : 6$ en $42 : 7$ als 4 verschillende sommen, maar als een en dezelfde combinatie herkennen.

Wij distantiëren ons dus van de telmethode omdat (samenvattend) daarbij: de kinderen blijven staan bij een-heden (primair gezien);

niet tot totaal-vatting komen;

gebrekkig cijferen (vinger-tellen);

de tafelprodukten veelal één voor één tot het gewenste moeten opzeggen; langs wiskundige omwegen moeten werken.

Geen telraam.

Waar wij van de hoeveelheden uitgaan ligt het voor de hand, dat wij van geen telraam met allemaal losse balletjes willen weten.

Hiervoor in de plaats komt een doosje met staafjes.

Op het 10-staafje staan 10 poppetjes op een rijtje en het staafje is ook precies 10 cm lang. Hoeveelheid en lengte komen daarop dus beide tot uitdrukking.

Verder zitten in het doosje: het 9, 8, 7 staafje enz., tot het 1-staafje. Dit doosje is in combinatie met de rekenliniaal het voornaamste leermiddel in klas 1 en 2. Daarmee leggen de kinderen een trap, bouwen een toren, enz. Met deze staafjes leggen en leren ze de combinaties van de hoeveelheden. Door de staafjes naast elkaar op de rekenliniaal te leggen, maken de kinderen hun sommen.

Tenslotte gebruiken ze deze staafjes en de rekenliniaal om de zonder hulpmiddelen gemaakte sommen zelf na te kijken.

Rekenliniaal.

Deze rekenliniaal vervult dus een viervoudige dienst:

het is een meetinstrument als elke andere gewone liniaal;

het is een hulpmiddel bij het rechtlijnig tekenen;

het dient om sommen feilloos te maken;

het dient om eigen gemaakte sommen zelf te corrigeren.

9. TECHNIEKEN.

Het aanleren van bepaalde technieken behoort niet meer tot het voorbereidend rekenonderwijs.

In de deeltjes 1, 2a, 2b en 3a zal men daarvan dan ook weinig ontdekken. In de onderwijzersboekjes wordt er telkens op gewezen, dat niet met een volgende les begonnen moet worden, voor de vorige les vlot uit het boekje kan worden opgelezen.

Uiteindelijk is het rekenboekje dus meer lees- dan rekenboek. Sommen als

$$\begin{array}{cccccc} 8 + 3 & 7 + 5 & 12 - 8 & 24 + 35 & 36 + 27 & 51 - 17 \\ 18 + 3 & 17 + 5 & 22 - 8 & 31 + 66 & 49 + 35 & 63 - 18 \\ 38 + 3 & 47 + 5 & 52 - 8 & 23 + 56 & 57 + 19 & \text{enz.} \end{array}$$

moeten dus vlot kunnen worden gelezen.

Rekenen komt er eigenlijk niet aan te pas.

Eerste kolom: $8 + 3$ is 11. De kinderen weten dat zonder meer.
 $18 + 3$ is dus 21, enz.

Derde kolom: $12 - 8$ is 4. Ook dit wordt niet uitgerekend, maar herkend.
 $22 - 8$ is dus 14, enz.

Vierde kolom: $24 + 35 = 50 + 9$.

Vijfde kolom: $36 + 27 = 50 + 13$.

Deze wijze van oplezen wijkt af van de gangbare, maar is de konsekwentie van de wijze waarop wij de passeringen van het 10-tal onderwijzen.

$36 + 27$ eist nu geen ingewikkeld denkproces meer van de leerlingen. Collega's kennen de lijdensweg, die zij en de leerlingen dan moeten bewandelen.

Er is trouwens geen eenstemmigheid in deze techniek.

Een probeert: $36 + 27$ met $36 + 20 = 56$, $56 + 7 = 56 + 4 + 3 = 63$.

De ander prefereert $36 + 27 = 36 + 4 + 23 = 63$.

De natuurlijke oplossing en die geheel in het raam van onze methode past is:

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 27 \\ \hline \end{array} = 50 + 13 = 63$$

Zesde kolom.

Ook deze aftreksommetjes leren wij de kinderen uit het hoofd oplezen. Wij volgen daarbij de methode, die de kinderen bij het winkeltje spelen hebben geleerd. Het winkelaftrekken dus.

Daar deze methode afwijkt van de gangbare, gaan wij er hier wat dieper op in. (Zie ook „de teruggeefmethode“.)

De wijze, waarop men de kinderen deze aftreksommetjes leert, verschilt veel. Wij noemen er hier de voornaamste:

$$\begin{array}{l} 51 - 17 = 51 - 10 - 7 = 41 - 7 = 34 \\ 51 - 17 = 50 - 16 = 50 - 10 - 6 = 40 - 6 = 34 \\ 51 - 17 = 30 + 21 - 17 = 30 + 4 = 34 \\ 51 - 17 = 41 - 7 = 40 - 6 = 34 \\ 51 - 17 = 54 - 20 = 34 \end{array}$$

Misschien is de manier, waarop u het onderwijst er nog niet eens bij.

't Is ook mogelijk, dat u het dan eens zus en dan weer zo doet.

De HH Turkstra en Timmer schrijven op blz. 191 van hun „Rekendidaktiek“ dat het geen betoog behoeft, dat AL DEZE METHODEN moeten worden aangeleerd. Arme kinderen en arme onderwijzers als deze raad werkelijk wordt opgevolgd. Wij zouden in de hoogste klassen van de l.s. en dan alleen nog als attractie voor de begaafde rekenaars, eens zo'n lesje willen geven, maar zulke kost aan de kleintjes voor te zetten is wreed en alleen maar geschikt, om de tegenzin, die vele kinderen al in rekenen hebben, nog te vergroten.

In verband met het winkeltje spelen laten wij wel in klas 2 reeds optellingen maken als:

$$\begin{array}{r} f \ 1,56 \\ - \ 0,28 \\ \hline f \end{array} +$$

Dit zou men werkelijk tot de techniek kunnen rekenen en menen, dat het niet thuis hoort bij het voorbereidend rekenonderwijs.

Wij kunnen het daarmee eens zijn.

Deze techniek is evenwel zeer eenvoudig en de praktijk heeft aangetoond, dat dergelijke optellingen en deze schrijfwijze geen moeilijkheden geeft in eindklas 2 en in klas 3.

Alle kinderen doen op die leeftijd wel eens boodschappen en dan zien ze deze schrijfwijze op het bonnetje. Het is uiterst praktisch.

Wel beperken wij ons in dit stadium, tot het kopen van hoogstens 2 artikelen. Een voorbereiding op het bord is natuurlijk noodzakelijk. B.v. aldus:

$$\begin{array}{r} \text{Grote mensen schrijven het onder elkaar op, zo:} \quad f \ 1,56 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - \ 0,28 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 14 \end{array}$$

We tellen eerst de centen op: 8 plus 6 is 14.

Dat dubbeltje zetten we maar bij de andere dubbeltjes (klein).

$$\begin{array}{r} f \ 1,56 \\ - \ 0,28 \\ \hline f \ 4 \end{array}$$

Spoedig genoeg laten de kinderen dit kleine eentje van zelf weg. Moeilijk is het niet, omdat het altijd een 1 is.

De techniek van het af t r e k k e n, vooral met grotere getallen, is heel wat ingewikkelder.

Hierbij worden wel de meeste fouten gemaakt.

Gedurende 15 jaar hebben wij de volgende klassikale proef genomen bij leerlingen, die pas op de ulo kwamen.

Trek $20 \times$ af, tot er 0 overblijft.

$$\begin{array}{r} 17340 \\ \underline{867} \end{array} \quad \text{Tel } 20 \times \text{ op tot } 20.000 \quad \begin{array}{r} 640 \\ \underline{968} \end{array}$$

Vermenigvuldig 34793 met 8567 en deel daarna de uitkomst door 659.

Voor de $20 \times$ aftreksom kreeg de klas dan volle 45 minuten de tijd. Wie de som op 0 uit had, mocht de som inleveren, waarbij het aantal minuten, dat nodig was geweest, werd genoteerd.

Het mag voldoende zijn, hier alleen te vermelden, dat gemiddeld 35 % der leerlingen niet in staat bleek deze ene som in 45 minuten tot een goed einde te brengen.

Bij som 2 ($20 \times$ optellen) was dit percentage slechts 2 à 3 %, terwijl de gemiddelde tijd ver onder de helft van die van de eerste som lag.

De vermenigvuldig- en deelsom kregen bijna alle kinderen (al was het voor velen na hevig zwoegen) ook kloppend.

Toegegeven, dat dit zware sommen zijn en als test zeer ongeschikt, maar

voor ons doel waren deze oefeningen uitmuntend. Ze demonstreerden met duidelijke taal, dat de aftrektechniek zoals wij die kennen (de zgn. herleidingsmethode) indien mogelijk door een andere moet vervangen worden.

Met de vergoedingsmethode, die onze Zuiderburen veel in hun scholen toepassen, hebben we weinig ervaring. Deze lijkt wel iets eenvoudiger, vooral als er nullen in het aftrektal staan.

Er werd een poos mee geoefend, maar deze methode bevredigde evenmin.

Toen we evenwel een paar jaar geleden (want deze rekenmethode is niet van vandaag of gisteren) de onderwijzersboekjes schreven bij de deeltjes 2 en 3 kwam het idee het aftrekken met grotere getallen op dezelfde wijze te proberen als de kinderen het leren met het winkeltjespel. Het winkel-aftrekken dus. De winkelier trekt niet af, maar hij past bij (geeft terug).

Reeds na een korte tijd oefenen, beviel dit zo best, dat we deze methode — ook na uitgebreide proefneming — als de meest geschikte hier aanbieden.

Met deze methode (teruggeefmethode) wordt aftrekken zelfs een veel gemakkelijker techniek dan optellen.

Er behoeft niet meer „geleend” te worden; nullen in het aftrektal geven geen aanleiding meer tot vergissingen en — wat wel het voornaamste is — er behoeven alleen maar optellinkjes gemaakt te worden van getallen die samen maximaal 9 zijn. Passering van het 10-tal is er dus niet bij (wel bij optellen). Ook in de onderwijzersboekjes staat aangegeven, hoe deze techniek is, en hoe de onderwijzer deze geleidelijk moet laten groeien uit de sommetjes:

Ik betaal:	Ik koop voor:	Ik krijg terug:
een gld.	77 c.	3 c. (wordt 80) en nog 2 dubb. is 23 c.
3 kwartjes	58 c.	2 c. (wordt 60), 5 c. (wordt 65) en nog 1 dubb. is 17 c.

De sprong naar de grotere, onbenoemde getallen is hier wel groot, maar na $2 \times$ een kwartier oefenen, zal het u gaan als een enthousiaste collega, die zei: „30 jaar heb ik de herleidingsmethode aan de kinderen geleerd en zelf heb ik 't ook nooit anders gedaan, maar nu ik uw methode ken, doe ik nooit weer anders.”

Voor kinderen, die eerst niet behoeven af te leren, wordt de zaak natuurlijk nog veel eenvoudiger.

Met verwijzing naar de onderwijzersboekjes volgen hier een paar voorbeelden, vergeleken met de andere methode.

De teruggeefmethode.

Wij geven nu in het kort aan, hoe de opvolging van de moeilijkheden is. Bij het winkeltjespel hebben de kinderen reeds kennis gemaakt met de teruggeefmethode. Zij hebben daar ook in werkelijkheid teruggegeven. Dan volgen oefeningen uit het boekje als:

Ik betaal:	Ik koop voor:	Ik krijg terug:	De som:
15 c	13 c	2 c	$13 + \dots = 15$
25 c	12 c	3 c + 1 d	$12 + \dots = 25$
75 c	51 c	4 c + 2 d	$51 + \dots = 75$

Daarna cijfersommen, die echter moeten worden opgelezen:

$$\begin{aligned} 88 - 23 &= 5 + 60 = 65 \\ 97 - 52 &= 5 + 40 = 45 \\ 76 - 23 &= 3 + 50 = 53 \end{aligned}$$

Zolang de kinderen de techniek (bij het cijferen met grotere getallen toe te passen) nog niet hebben geleerd, worden deze sommen gelezen.

Ze denken daarbij: som 1: Ik geef terug 5 c en 6 d is 65
som 2: Ik geef terug 5 c en 4 d is 45
som 3: Ik geef terug 3 c en 5 d is 53

De tweede trap. Nu komen er nullen in het aftrektal.

Ik betaal:	Ik koop voor:	Ik krijg terug:	De som:
50 c	37 c	3 c + 1 d	$50 - 37 = 13$
250 c	212 c	8 c + 3 d	$250 - 212 = 38$

Daarna sommen als: $70 - 24 =$
 $80 - 36 =$
 $90 - 51 =$

De kinderen denken of zeggen dus weer:

som 1 : 6 c (wordt 30) en 4 d is 46
som 2 : 4 c (wordt 40) en 4 d is 44
som 3 : 9 c (wordt 60) en 3 d is 39

Is zo in klas 2 en ook nog in het eerste halfjaar van klas 3 geoefend, dan wordt in deel 3b de techniek geleerd, doch steeds weer voorafgegaan aan een voorbeeld uit de praktijk (winkeltjespel).

De derde trap:

Ik betaal:	Ik koop voor:	Ik krijg terug:	Som:
75 c	58 c	2 + 5 + 10	$75 - 58 = 17$
125 c	109 c	1 + 5 + 10	$125 - 109 = 16$

Daarna volgen weer sommetjes als:

$$\begin{aligned} 73 - 58 &= 2 + 3 + 10 = 15 \\ 84 - 59 &= 1 + 4 + 20 = 25 \\ 91 - 63 &= 7 + 1 + 20 = 28 \end{aligned}$$

Ook deze sommen zijn nog niet bedoeld als cijfersommen.

De sommen mogen wel schriftelijk worden gemaakt, maar uiteindelijk is het toch de bedoeling, dat de kinderen de sommen lezen. Daarbij denken of zeggen ze:

som 1: $73 - 58 = 2$ c (wordt 60) en 3 c en nog een d is 15
som 2: $84 - 59 = 1$ c (wordt 60) en 4 c en nog 2 d is 25
som 3: $91 - 63 = 7$ c (wordt 70) en 1 c en nog 2 d is 28

Bij deze techniek, zouden we de moeilijkheden in 4 trappen willen overbruggen.

Trap 1. Elk cijfer in het aftrektal is groter dan dat in de aftrekker.

346

112

234 Eerst worden 4 c teruggegeven, daarna 3 d en dan nog 2 g.

Deze techniek verschilt schijnbaar niet van de gangbare. Toch is dit slechts schijn. Bij de herleidingsmethode denken of zeggen de kinderen: 2 van de 6 is 4; 1 van de 4 is 3 en 1 van de 3 is 2.

Bij onze methode zeggen of denken ze: 2 plus 4 is 6 (ze schrijven 4)
 1 plus 3 is 4 (ze schrijven 3)
 1 plus 2 is 3 (ze schrijven 2)
 (De klemtoon valt op 4, 3 en 2)

Tweede trap. Nu staan er nullen in het aftrekta.

250 Hoeveel centen worden teruggegeven? Drie (aantal dubb.
 137 wordt nu 4)
 113 Hoeveel dubb. worden teruggegeven? Eén.
 Hoeveel gld. worden teruggegeven? Eén.

Aftrekken wordt dus volgens deze methode het optellen van kleine getallen.

Derde trap. De cijfers in het aftrekta zijn kleiner, dan die in de aftrekker.

725 Hoeveel centen worden teruggegeven? Eerst 1 en dan nog 5 (ze
 279 schrijven de 6).
 446 Hoeveel dubb. worden teruggegeven? Eerst 2 en dan nog 2
 (het aantal dubb. was van 7 op 8 gekomen).
 Hoeveel guldens worden teruggegeven? Vier.

Vierde trap. Alle vorige moeilijkheden komen er afwisselend in voor.

60371
 25823 Om de 5 cijfers van het antwoord te vinden moeten de kinderen
 achtereenvolgens uitrekenen: $7 + 1 = 8$
 $3 + 4 = 7$
 $2 + 3 = 5$
 $4 + 0 = 4$
 $3 + 3 = 6$

Het spreekt vanzelf, dat wij deze teruggeefmethode niet dwingend voorschrijven. Ook als men de herleidingsmethode blijft prefereren, dan kan men deze techniek de kinderen leren, zonder dat men in conflict komt met de opzet van de methode. Het principiële van deze rekenmethode schuilt niet in deze techniek, maar in het feit, dat wij (voor het voorbereidend rekenen) uitgaan van de hoeveelheden en de kinderen van die hoeveelheden de combinaties leren. Kritiek op onze teruggeefmethode verwachten wij niet van wetenschappelijke zijde. Optellen en aftrekken zijn strikt genomen geen twee afzonderlijke bewerkingen. De meeste rekenmethoden geven trouwens veel sommen als $11 - 3 = \dots$ in de vorm $3 + \dots = 11$ of $11 = 3 + \dots$, voor men met het $-$ teken begint.

Ook de HH Turkstra en Timmer zeggen in hun rekendidaktiek op blz. 190, dat „voor de aftrekking het $-$ teken niet noodzakelijk is”.

Ook het begrip verschil heeft met het $-$ teken niet veel uitstaande.

Neem slechts als voorbeeld de vraag: „Wat is het verschil in dag- en nachttemperatuur, als het overdag 5° dooit en 's nachts 3° vriest”. Het verschil verkrijgt men dan niet door aftrekken, maar door optellen.

Ook in de algebra heeft het $-$ teken een geheel andere betekenis.

Kritiek (en ook waardering) van collega's, die een ernstige poging hebben „gewaagd”, om met deze methode betere resultaten te bereiken, zullen wij zeer gaarne in ontvangst nemen.

Doch ook hier geldt, als op een geheel ander terrein: „Wie de wereld (hier de aftrektechniek) wil verbeteren, beginne bij zich zelf. Men moet zich deze techniek eerst zelf eigen maken (een paar avonden een kwartiertje oefenen is voldoende), voor men deze enthousiast aan de kinderen kan leren. Wij willen niet graag een „ambtenaar” genoemd worden. Laten wij dan ook niet het verwijt op ons laden, dat wel eens aan de ambtenarij wordt verweten, dat daar een mentaliteit zou heersen van: „Waarom zul je het gemakkelijk doen, als het ook moeilijk kan.”

Voor het delen met een staart propageren wij niet een andere techniek, doch een enigszins andere schrijfwijze.

De meest gebruikte vorm is: $17 \over 20553 \mid 1209$

Wij prefereren de vorm: $1209 \over 17 \over 20553$

De voordelen zijn de volgende:

1. De cijfers van quotient en deler (die met elkaar moeten worden vermenigvuldigd) staan veel dichter bij elkaar.
2. Door deze vorm is een verklaring van de deling voor de kinderen veel beter te begrijpen, doordat de centen, dubbeltjes en guldens van deeltaal en quotient precies boven elkaar staan.
Delen met een staart onttaardt daardoor niet tot een onbegrepen kunstje.
3. Het aanhalen (b.v. door stippellijnen) is nu overbodig, omdat de kinderen aan het cijfer in het quotient kunnen zien, welk cijfer aangehaald moet worden. Twee maal eenzelfde cijfer aanhalen, of een cijfer overslaan bij het aanhalen, is nu uitgesloten.
4. Deze vorm leent zich bijzonder goed, om in de lagere klassen op ruitjespapier te laten maken, waardoor de kinderen leren de staart mooi schuin te laten verlopen. Het geheel is dan ook veel sierlijker van vorm.
5. Het belangrijkste is waarschijnlijk wel, dat, wanneer een 0 in het quotient moet staan, deze nooit vergeten kan worden, omdat die plaats dan open zou blijven.

Bij het vermenigvuldigen met wat grotere getallen zijn er elders (b.v. in Hongarije) technieken op de l.s. in gebruik, die inderdaad met veel minder schrijfwerk en dus sneller worden uitgevoerd.

Wij menen ons te moeten houden aan de bij ons gangbare methode.

Een van de voornaamste eisen, die men aan een goede techniek mag stellen is wel, dat ze eenvoudig moet zijn en niet té hoge eisen mag stellen aan het intellect van de leerling.

Er zijn nog zoveel mensen, die een eenvoudige vermenigvuldiging niet uit kunnen voeren, dat we er maar niet aan moeten denken vermenigvuldigen en delen met een staart korter, maar ingewikkelder te maken.

In het algemeen blijft er vaak niet veel hangen, van wat wij de kinderen aan kennis en kunstjes leren. Daarom moeten onze technieken, die wij de kinderen leren, eenvoudig zijn.

Grote dank zijn wij verschuldigd aan Prof. Dr J. Waterink, die zo vriendelijk was een „Inleiding” te geven en die altijd klaar stond, onze nieuwe inzichten te toetsen, zodat een methode ontstond, die o.i. wetenschappelijk volledig verantwoord mag heten.

Amsterdam. D. Tiemersma.

Groningen. P. Wardekker.

keurige bladzijde uit, nl. 47 uit het 11e deeltje, en menen, dat hier de sommen logisch op elkaar volgen en inderdaad van een toeneming in moeilijkheid kan worden gesproken.

De tweede rekenmethode is van de hand van D. TIEMERSMA met medewerking van P. WARDEKKER, terwijl Prof. Dr. J. WATERINK de inleiding schreef.

Deze methode draagt tot titel „Dit is rekenen”.

Ze bestaat uit twee series.

Bij de opzet van deze rekenmethode voor de eerste drie leerjaren (serie A) onderneemt TIEMERSMA een poging het rekenen in de sfeer van het kind te brengen.

De auteur spreekt van een „nieuwe opzet”. Hij geeft inderdaad enkele nieuwe ideeën, die het rekenonderwijs ongetwijfeld zullen verlichten en voor de kinderen verhelderend kunnen werken.

Als een methodeschrijver het recht heeft te schrijven: „Deze methode is in de praktijk ontstaan”, dan is het zeker TIEMERSMA.

In 1924 is hij er reeds mee begonnen.

Het steeds maar stil-zitten der kinderen in de lagere klassen kon hem niet bekoren en wie nu eigenlijk nog wel.

Door zich in de wereld van het kind in te leven, voelde hij de noodzaak het spelelement in te voeren.

Geleidelijk aan kreeg hij een hele verzameling rekenspelletjes. We vinden een zestigtal bijeengebracht in zijn boekje „Som en Spel”, dat in 1950 in druk verscheen.

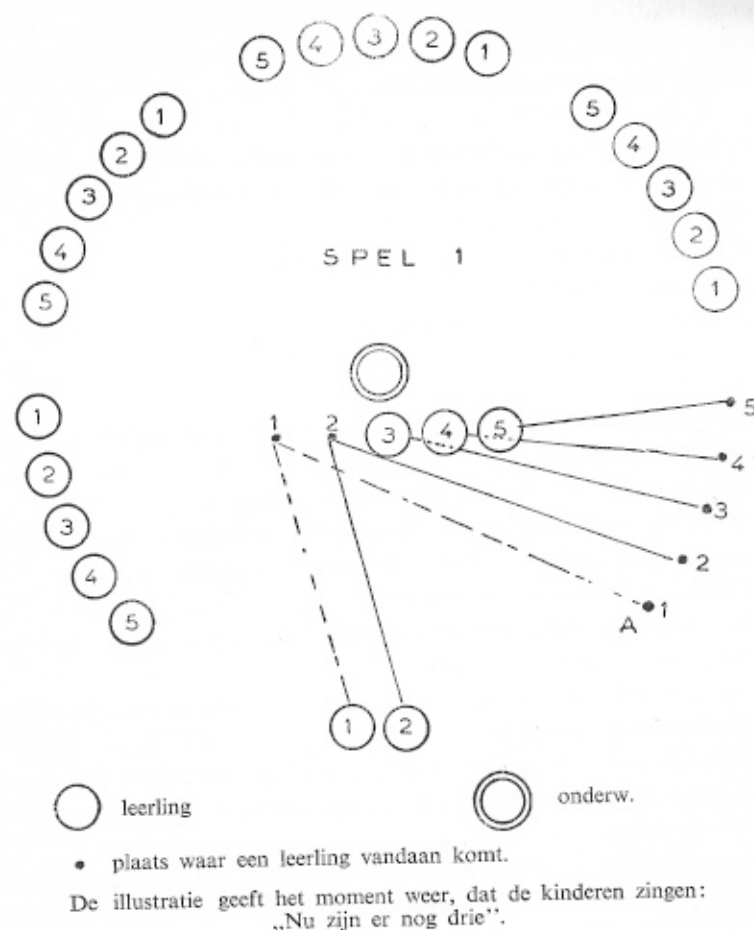
Op nevenstaande illustratie, behorende bij Spel 1, zien we hoe hij onder invloed van de „Gestalt”-psychologie uitgaat van de totaliteit¹.

Doel van spel 1:

- Het tellen van 1—5 en het terugtellen van 5—1.
- Het ineens herkennen van de hoeveelheden van 1—5.

De kinderen stellen zich op in een $\frac{3}{4}$ cirkel om de onderwijzeres. Bij A begint de onderwijzeres af te tellen van 1 tot 5. Telkens als zij tot 5 heeft afgeteld, geven deze 5 kinderen elkaar een arm en vormen zo een groep van 5 kinderen. Bij dit aftellen tellen alle kinderen in koor mee.

¹ De Heer TIEMERSMA was zo welwillend ons het cliché behorende bij dit spel af te staan.



Als alle kinderen in groepen van 5 zijn verdeeld, gaat de onderwijzeres weer terug naar het midden van de cirkel en dan beginnen de kinderen te zingen:

Een, twee, drie, vier, vijf;
Vijf, vier, drie, twee, een.
Nu zijn er nog vier,
Nu zijn er nog drie,
Nu zijn er nog twee,
Nu is er nog een;
Een, twee, drie, vier, vijf;
Vijf, vier, drie, twee, een.

Onder het zingen van de eerste twee regels gaan de 5 kinderen van de eerste groep naar de onderwijzeres.

Terwijl één der 5 kinderen, die bij de onderwijzeres staat, naar de open ruimte holt, zingen alle kinderen de derde regel (nu zijn er nog vier).

Er zijn dan ook vier kinderen bij de onderwijzeres.

Onder het zingen van de vierde regel gaat er weer een kind weg enz.

Onder het zingen van de laatste 2 regels (die tevens de eerste zijn), gaat de laatste weg en komen de 5 kinderen van de volgende groep bij de onderwijzeres staan, waarbij hetzelfde weer wordt gezongen, tot alle groepen een beurt hebben gehad.

In het gearmd naar voren komen van een groep van 5 kinderen wil hij de totaliteit doen uitkomen.

Heel sterk komt dit ook in zijn klassikaal hulpmiddel „het rekenrek” tot uitdrukking. Dit is heel iets anders dan het telraam. Als leermiddel past het telraam niet in zijn globale rekenmethode. TIEMERSMA gaat er vanuit dat het kind het getal 5 beleeft als een eenheid. Daarom wil hij van een telraam met losse balletjes, die één voor één verschoven worden, niet weten.

Zijn rekenrek is geheel gebaseerd op de nieuwe inzichten. Hij maakt gebruik van schuimplastic staven met een doorsnede van 4×4 cm, terwijl de lengte varieert van 3,5 tot 35 cm.

Het getal vier wordt afgebeeld door vier kinderen, die elkaar een hand geven. Ze vormen één groep, waardoor de hoeveelheid als eenheid wordt gesuggereerd.

Het negeren van dit esthetisch goed uitgevoerde hulpmiddel zou een lacune in het gebruik van deze methode zijn.

De hoofdelijke leermiddelen — de rekenstaafjes en de rekenliniaal — sluiten nauw bij het rekenrek aan. De kinderen leggen en spelen met hoeveelheden en leren spelenderwijs daarvan de combinatie herkennen. Al spelende met deze staafjes leren de kinderen echt rekenen. Aan de motoriek wordt daardoor een belangrijke plaats toegekend.

Door de staafjes naast elkaar op de rekenliniaal te leggen, maken de kinderen hun sommen. Bovendien gebruiken ze deze staafjes en de rekenliniaal om de zonder hulpmiddelen gemaakte sommen zelf na te kijken.

Een ander hulpmiddel is het blokkendomino. Er wordt mee gespeeld

en gerekend, meestal door 2 kinderen in wedstrijdverband. Het voordeel hiervan is, dat ze door op elkaars werk toe te zien elkaars fouten corrigeren.

We merkten reeds op, dat de methode-Tiemersma er met recht aanspraak op maakt in de praktijk te zijn ontstaan.

Reeds vóór 1940 begon TIEMERSMA met een breed opgezet experimenteel onderzoek.

Hierdoor kwam hij tot de overtuiging, dat men te vroeg begint met de cijfersymbolen, te vroeg overgaat naar het abstracte, waardoor het rekenen onttaardt in cijferwerk, wat voor de kinderen geen concrete betekenis heeft.

Uit een jarenlang onderzoek bij duizenden leerlingen bleek hem:

- 94% van de leerlingen heeft na 6 jaar rekenonderwijs de tafels tot 10 paraat;
- Slechts 70% van de leerlingen hebben de passeringen van het 10-tal paraat. Dit betekent, dat 30% nog moeite heeft met sommige der gevallen $6 + 7$, $8 + 5$, $12 - 7$, $13 - 8$ enz. Sommigen rekenen nog op hun vingers en anderen hebben tijd nodig om het „uit te rekenen”;
- Het zijn niet alleen de kinderen met een laag I.Q., die nog moeite hebben met deze passeringen. Ook normaal begaafde leerlingen en zelfs leerlingen met een zeer goede wiskunde-aanleg behoren tot deze 30%.

Volgens TIEMERSMA is dit grote verschil (94% en 70%) niet een kwestie van getalbegrip of inzicht. De ware oorzaak moet volgens hem gezocht worden in het feit, dat men bij het aanleren van de tafels een geheel andere methode volgt, dan bij het aanleren van de passeringen. Geen enkele auteur van een rekenmethode geeft alle tafelgevallen tegelijk en door elkaar. Met de passeringen doet men dit echter wel.

Bovendien laat men de antwoorden via een moeilijk denkproces vinden ($6 + 7 = 6 + 4 + 3$ enz.). Dit is veel te hoog gemikt voor kinderen van 7 en 8 jaar.

Het gevolg is, dat de kinderen hun heil zoeken bij zelf gevonden hulpmiddelen. Sommigen werken in het 12-tallig stelsel. Bij de som $6 + 7$ denken ze aan de klok. In gedachten zien ze de klok staan op 6 uur. 7 uur later is 1 uur. ($12 + 1 = 13$).

Bij TIEMERSMA is tot aan de 2e helft van het derde leerjaar het rekenboekje meer een lees- dan een rekenboek.

Sommetjes als $8 + 3 = 11$, $18 + 3 = 21$, $12 - 8 = 4$ en $22 - 8 = 14$ worden niet uitgerekend, maar herkend, mede als gevolg van het werken met het blokkendominio.

De wijze, waarop hij de passeringen van het 10-tal onderwijst, blijkt duidelijk uit het volgende:

$$24 + 35 = 50 + 9$$

$$36 + 27 = 50 + 13$$

Hoewel onbekend met de door WITTMANN gepropageerde Oostenrijkse methode¹ kwam TIEMERSMA op het idee het aftrekken met grotere getallen op dezelfde wijze te proberen als de kinderen het leren met het winkeltjesspel.

De winkelier trekt niet af, maar past bij. (geeft terug). TIEMERSMA noemt dit dan ook de teruggeefmethode.

Wat hij daarmee bedoelt, blijkt wel uit de volgende sommetjes:

Ik betaal:	Ik koop voor:	Ik krijg terug:
een gld.	77 c	3 c (wordt 80) en nog 2 dubb. is 23c.
3 kwartjes	58 c	2 c (wordt 60), 5 c (wordt 65) en nog 1 dubb. is 17 c.

Daarop volgen cijfersommen, die wel schriftelijk gemaakt mogen worden, maar waarvan de bedoeling is, dat ze gelezen worden.

$$88 - 23 = 5 + 60 = 65$$

$$70 - 24 = 6 + 40 = 46$$

$$73 - 58 = 2 + 3 + 10 = 15$$

TIEMERSMA wil bij deze techniek de moeilijkheden in 4 trappen overbruggen:

- 1e. Elk cijfer in het aftrektal is groter dan dat in de aftrekker;
- 2e. Nu staan er nullen in het aftrektal;
- 3e. De cijfers in het aftrektal zijn kleiner, dan die in de aftrekker.
- 4e. Alle vorige moeilijkheden komen er afwisselend in voor.

Hij maakt tenslotte de opmerking, dat zo men de herleidingsmethode prefereert men niet in strijd komt met de opzet van de methode.

¹ DR. JOH. WITTMANN — Theorie und Praxis eines ganzheitlichen „analytisch-synthetischen Unterrichts“, blz. 268.

Serie B (Zinvol gebouwd) is bestemd voor de hoogste drie klassen van de lagere school.

Deze serie bestaat uit zes deeltjes onderverdeeld in tien lessen en elke les bestaat uit een A-, B-, C- en D-gedeelte.

In elke les wordt uitgegaan van concrete voorbeelden uit het kinderleven en uit de praktijk van het dagelijks leven.

De kinderen moeten het rekenen niet gaan zien als een „vak“ op zichzelf, maar als iets, dat in hun leven thuis hoort. Daarom is in de stof zoveel mogelijk aansluiting gezocht bij voorvallen in het kinderleven, het schoolleven en het dagelijkse leven.

Zo gaat het kind het rekenen zien, als iets dat waarde heeft, dat zin heeft.

Dit komt sterk uit in de A-les. De onderwijzer moet zo'n les goed voorbereiden. Hij zal — „al naar de aard van de les door mededeling, vragen stellen, het voeren van een klasgesprek door groepsdiscussie of groepswork, door activiteit en aanschouwelijkheid — het kind iets te beleven geven.”

In het klasgesprek doet de gelegenheid zich voor enig organisch verband tussen de vakken te leggen. Bij het onderwerp „Scheepvaart” komen als vanzelf onderwerpen ter sprake ontleend aan geschiedenis en aardrijkskunde.

Het B-gedeelte biedt cijfersommen, die zoveel mogelijk aansluiten bij de nieuwe les. Dit cijferwerk is zo samengesteld, dat de leerlingen zelf ontdekken of de uitkomst goed of fout is.

Het C-gedeelte bevat de redactie-sommen, terwijl in het D-gedeelte het hoofdrekenen en herhalingsommen (zowel cijfer- als rekensommen) de aandacht vragen.

Aan de differentiatie wordt door de auteurs grote aandacht geschonken.

Het A-gedeelte is een klassikale les en soms vrij moeilijk. Dit behoeft geen bezwaar te zijn, als de hoofdzaak maar door alle kinderen wordt begrepen. Overigens biedt deze les een prachtige gelegenheid voor verticale differentiatie.

De auteurs gaan er van uit, dat er kinderen zijn, die goed en snel cijferen, maar blijf geven van weinig inzicht in de redactiesommen. Het omgekeerde komt evenzeer voor.

In het B-, C-, en D-gedeelte treffen we een linker pagina voor de minder begaafden en een rechter pagina voor de meer begaafden.

Kinderen, die goed in cijferen zijn, maar moeite hebben met de redactie-

sommen, kan men bij de cijferafdeling de rechter en bij de C-afdeling de linkerpagina ter uitwerking geven.

Wij menen, dat de auteurs tot deze richtlijnen voor een goede differentiatie gekomen zijn op grond van een experimenteel onderzoek door de heer TIEMERSMA, dat deze omstreeks 1938 op verzoek van Prof. WATERINK heeft ingesteld, een onderzoek, waarop wij nader ingaan in ons hoofdstuk „Schooltypen en individualisatie”.

Prof. WATERINK heeft beide series van een inleiding voorzien. Hij deed meer. De auteurs vonden hem steeds bereid hun nieuwe inzichten te toetsen. In de Inleiding van serie A verklaart hij de nieuwe inzichten wetenschappelijk volkomen verantwoord te achten.

INZICHT EN OEFENING.

De volgelingen van HERBART waren van mening — en dit volgde logischerwijs uit de voorstellingstheorie —, dat door het aanbrengen van voorstellingen het kind de nodige kennis verwierf.

Dit is zuiver een werking van buitenaf naar binnen. Het kind is daarbij min of meer passief, de onderwijzer actief.

Uitgaande van een citaat uit DE RAAF's „Geheugen en denken” toonde NIEUWENHUIS aan, dat volgens HERBART en zijn volgelingen oordelen of vergelijken niets anders is dan zich de voorwerpen duidelijk voorstellen. Door de dingen zich zo helder mogelijk voor te stellen, moeten de verschillen en overeenkomsten en relaties wel in 't oog springen¹.

Volgens de denkpsychologie is „tot inzicht komen” het plotseling ontdekken van een relatie. Dit inzicht is een abstract weten, maar een concrete situatie was nodig om tot dit abstracte weten te komen. Dit abstracte weten onderscheidt zich principieel van het hebben van een voorstelling.

KOHNSTAMM wijst er op, dat een overmaat van voorstellingen het denken kan belemmeren door het te remmen of van de doelstelling op zijwegen te doen afdwalen.

En nu was juist op het aanbrengen van vaste voorstellings-associaties de oude didactiek gericht.

De klas sloeg aan het rekenen zonder zich af te vragen welke bewerking moest worden toegepast.

Voor dit „zich afvragen” is een zekere kritische houding nodig.

Men moet van uit de volle aanschouwelijkheid overgaan naar een meer abstracte laag van het bewustzijn, waarin gesproken of geschreven symbolen de leidraad worden in plaats van „voorstellingen”.

Met deze symbolen van abstracties begint pas het „denken” in eigenlijke zin.

„Leren denken” is de aanschouwelijke veelheden doen beleven en dan

¹ DR. H. NIEUWENHUIS — Een onderzoek naar de betekenis der denkpsychologische opvattingen voor de didactiek der lagere school blz. 59/60.

DE ONTWIKKELING VAN
HET REKENONDERWIJS OP DE LAGERE
SCHOOL IN DE 19e EN HET BEGIN
VAN DE 20ste EEUW

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN DOCTOR
IN DE LETTEREN

AAN DE VRIJE UNIVERSITEIT TE AMSTERDAM,
OP GEZAG VAN DE RECTOR MAGNIFICUS

DR. H. SMITSKAMP,

HOOGLERAAR IN DE FACULTEIT DER LETTEREN,

IN HET OPENBAAR TE VERDEDIGEN OP

VRIJDAG 13 OKTOBER 1961 OM HALF VIER

IN HET WOESTDUINCENTRUM,

WOESTDUINSTRAAT 16 TE AMSTERDAM

DOOR

ALDERT LEEN

GEBOREN TE DEN HELDER